Instituto Fray Mamerto Esquiú
Matemática
1° año – Escuela Secundaria Básica
Prof. Virginia Bosso (A) – Prof. Virginia Penedo (B) – Prof. Daiana Lazarte (C)

Alumno/a: ……………………………………………………………………………………………………… 1ro: …….

POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN DE NÚMEROS NATURALES Y RACIONALES POSITIVOS

Potenciación de números naturales y racionales positivos:

Una potencia es un producto de varios factores iguales:

Exponente

$$a^{n} = \underbrace{a .\ a .\ a \dots a}_{n\text{ - veces}}$$

Base

Ejemplo: *3^4 = 3 . 3 . 3 . 3 = 81 (tres multiplicado **por sí mismo** cuatro veces)*

Con números racionales: $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} . \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$ o bien $(0{,}2)^3 = 0{,}2 \ .\ 0{,}2 \ .\ 0{,}2 = 0{,}008$

❖ **PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN:**

1) *Todo número elevado a la potencia 1 da como resultado el mismo número*

$$Ejemplo: 5^1 = 5$$

Agregá un ejemplo con números racionales: ……………………………………………………………

2) *Todo número elevado a la potencia 0 da como resultado 1*

$$Ejemplo: 3^0 = 1$$

Agregá un ejemplo con números racionales: ……………………………………………………………

3) POTENCIAS DE IGUAL BASE:

a) Cuando se tiene la misma base y la operación que las vincula es la multiplicación, los exponentes se suman

$$Ejemplo: 3^2 . 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$$

Agregá un ejemplo con números racionales: ……………………………………………………………

b) Cuando se tiene la misma base y la operación que las vincula es la división, los exponentes se restan

$$Ejemplo: 5^6 : 5^4 = 5^{6-4} = 5^2$$

Agregá un ejemplo con números racionales: ………………………………………………………………

4) POTENCIA DE POTENCIA:
Cuando se tiene un número elevado a una potencia y este a su vez elevado a otra potencia, estas se multiplican

$$Ejemplo: (2^3)^4 = 2^{12}$$

Agregá un ejemplo con números racionales: ………………………………………………………………

5) *La potencia es distributiva con respecto al producto y al cociente:*

$$Ejemplo: (2.4)^3 = 2^3.4^3$$
$$Ejemplo: (6:3)^2 = 6^2:3^2$$

Ejemplo: $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$

ATENCIÓN: LA POTENCIA NO PUEDE DISTRIBUIRSE EN SUMA Y RESTA

$$Ejemplo: (7+3)^2 \neq 7^2 + 3^2$$

$$Ejemplo: (5-4)^2 \neq 5^2 + 4^2$$

1) Resuelve las siguientes potencias

a) $(5)^2 =$ b) $4^6 =$ c) $15^0 =$

d) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 =$ e) $\left(\frac{1}{4}\right)^4 ==$ f) $(3)^1 =$

h) $(3{,}5)^3 =$ i) $(0{,}06)^2 =$ j) $(1{,}3)^4 =$

2) Resuelve los siguientes cálculos aplicando las propiedades de la potenciación, cuando sea posible

a) $(4)^5 : (4)^3 =$

b) $5^4 . 5^2 . 5 . 5^0 =$

c) $[(3)^2]^4 : (3)^5 =$

d) $6^3 . 6^2 . 6^7 : (6^3)^4 =$

e) $\frac{(4^2.4^5:4^3)^2}{4^4:4^2}$

f) $(2.3)^3 . 2^4 . 3^2 : 2^5 =$

g) $(5^4)^2 : (5^2)^3 =$

h) $(2^7 : 2^5)^3 =$

i) $(1{,}3)^2 . (1{,}3)^5 : (1{,}3)^7 =$

j) $\frac{\left[\left(\frac{5}{4}\right)^2 . \left(\frac{5}{4}\right)^3 : \left(\frac{5}{4}\right)\right]^3}{\left(\frac{5}{4}\right)^5 . \left(\frac{5}{4}\right)^2} =$

k) $$\frac{(0,2)^5.(0,2)^3}{(0,2)^4} =$$

l) $$\frac{\left[\left(\frac{1}{5}\right)^2.\left(\frac{1}{5}\right)^2:\left(\frac{1}{5}\right)\right]^4}{\left(\frac{1}{5}\right)^2.\left(\frac{1}{5}\right)^3} =$$

❖ ***Radicación de números naturales y racionales positivos:***

Se define la radicación como:

Índice

Raíz

$$\sqrt[n]{a} = b$$

Radical

Radicando

$$\sqrt[n]{a} = b \quad sii \quad b^n = a$$

Cuando el índice de una raíz es 2, no se escribe, $\sqrt{a}$ significa raíz cuadrada de a
Ejemplos:

$$\sqrt{25} = 5 \; porque \; 5^2 = 25$$

$$\sqrt[3]{64} = 4 \; porque \; 4^3 = 64$$

$$\sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{6}{5} \; porque \; \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{36}{25}$$

$$\sqrt[3]{0,008} = 0,2 \quad porque \; (0,2)^2 = 0,008$$

PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN:

1) La raíz con cualquier índice del valor 1 es siempre 1

$$\sqrt[n]{1} = 1 \qquad\qquad \forall n \in N\,, n \geq 2$$

2) La raíz de un producto o de un cociente puede distribuirse. No puede distribuirse ni agruparse en suma y resta

$$\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}\;.\sqrt[n]{b} \qquad\qquad \forall n \in N\,, n \geq 2$$

Por ejemplo:

Si tenemos la operación $\sqrt[3]{8.64}$ resulta más fácil distribuir la raíz y calcular por separado $\sqrt[3]{8}.\sqrt[3]{64} = 2.4 = 8$

Sin embargo, en algunos casos conviene agrupar la raíz, para facilitar los cálculos

$$\sqrt{2}.\sqrt{8} = \sqrt{2.8} = \sqrt{16} = 4$$

$$Para\ aplicar\ esta\ propiedad\ las\ raíces\ deben\ tener\ el\ mismo\ índice. Si\ no\ lo\ tienen,$$

$$habrá\ que\ buscar\ común\ índice$$

En el caso del cociente resulta similar la aplicación:

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = \sqrt{16} = 4 \quad (también\ puede\ distribuirse\ de\ ser\ necesario)$$

ATENCIÓN: ESTA PROPIDEDAD NO PUEDE APLICARSE EN SUMA O RESTA

$$\sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$$

En este caso, primero se resuelve la suma y luego se calcula la raíz

$$\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

3) RAÍZ DE RAÍZ: cuando se tiene una raíz de raíz, los índices pueden multiplicarse

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a} \qquad \forall n,m \in N \quad n,m \geq 2$$

$$ejemplo: \sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[3.2]{64} = \sqrt[6]{64} = 2$$

4) TRANSFORMACIÓN DE RAÍZ EN POTENCIA FRACCIONARIA:
Cualquier raíz puede transformarse en potencia fraccionaria

$$\sqrt[3]{2^6} = 2^{6/2} = 2^3 = 8$$

3) Resuelve cada una de las siguientes raíces:

.

$\sqrt{81} =$.................... $\sqrt[3]{64} =$................ $\sqrt{25} =$....................... $\sqrt[7]{128} =$..................

$\sqrt[4]{10000} =$.................... $\sqrt[3]{8} =$................ $\sqrt[3]{\frac{27}{8}} =$................. $\sqrt{\frac{25}{16}} =$.......................

$\sqrt{\frac{49}{25}} =$………….. $\sqrt{\frac{121}{144}} =$…………….. $\sqrt{\frac{1}{100}} =$……….. $\sqrt[4]{\frac{16}{81}} =$……….

$\sqrt[3]{\frac{64}{125}} =$……….. $\sqrt[3]{\frac{1}{1000}} =$………… $\sqrt{\frac{16}{25}} =$……… $\sqrt[2]{\frac{16}{81}} =$………...

$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} =$……….... $\sqrt[4]{\frac{81}{256}} =$…………. $\sqrt[3]{\frac{125}{1000}} =$..................

4) Resuelve aplicando previamente las propiedades de la radicación

a) $\sqrt{\sqrt{256}} =$

b) $\sqrt[4]{625 .81} =$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{64}} =$

d) $\sqrt{100:4} =$

e) $\sqrt{4 .25} =$

f) $\sqrt[3]{64 : 8} =$

g) $\sqrt[3]{27 .1000} =$

h) $\sqrt[3]{1000 : 125} =$

i) $\sqrt{2}.\sqrt{2} =$

j) $\sqrt{18} : \sqrt{2} =$

k) $\sqrt{3}.\sqrt{12} =$

l) $\sqrt{75} : \sqrt{3} =$

m) $\sqrt[3]{5} . \sqrt[3]{200} =$

n) $\sqrt[4]{80} : \sqrt[4]{5} =$

o) $\sqrt{\frac{81}{49}\cdot\frac{9}{25}}=$

p) $\sqrt[3]{\frac{512}{100}:\left(\frac{64}{343}\right)}=$

q) $\sqrt{\frac{100}{36}:\frac{9}{16}}=$

r) $\sqrt[3]{\frac{125}{27}:\frac{8}{27}}=$

s) $\sqrt{\frac{144}{49}\cdot\frac{36}{121}}=$

t) $\sqrt{\frac{1}{7}}\cdot\sqrt{\frac{1}{7}}=$

u) $\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{\frac{1}{18}}=$

v) $\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{\frac{2}{243}}=$

5) Resuelve las siguientes operaciones combinadas:

a) $3.2^3-\sqrt{9+5.8}+(4^2+4):\sqrt{100}-7^{23}:7^{22}=$

b) $\sqrt[3]{10^2:4+2}+\left(21:7+4^0\right)^3:8-2.2^4:\left(2+2.3\right)=$

c) $\sqrt[3]{2.5^3-17.2}+(8^2-4):\sqrt{225}-10^3:5^3=$

d) $\left(2^4:8+\sqrt{289}+1\right):5+\sqrt{225}:3-\sqrt{2}.\sqrt{8}=$

e) $6^3:24+\sqrt[5]{7.8-8.3}-5^0+(6+5.2):2^3=$

f) $(150-5^3).6:5-63:7+\sqrt{(45:5+1)^2+3.23}=$

g) $3^{25}:3^{24}+(6^2-4):\sqrt{64}+\sqrt{225.81}=$

h) $(0,4)^3:(0,4)+\sqrt{2}.\sqrt{32}+\sqrt[5]{2+15.2}:\left(\frac{1}{2}\right)^4:\left(\frac{1}{2}\right)^2=$

i) $\left(\left(\frac{12}{5}-\frac{3}{10}\right):\frac{7}{5}\right)^3+\frac{3}{4}=$

j) $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)^2:\frac{1}{27}+\sqrt{\frac{1}{20}+\frac{11}{100}}=$

k) $\left(\frac{2}{3}\right)^2.\left(\frac{2}{3}\right)^6:\left(\frac{2}{3}\right)^4+\sqrt{\frac{1}{25}.\frac{36}{100}}+\left(\frac{5}{36}\right)^0=$

l) $((1,5)^3:(1,5))^2-\sqrt[5]{\frac{1}{32}}+\sqrt[3]{\frac{125}{64}}-\left(\frac{4}{15}:\frac{8}{5}+\frac{1}{3}\right)^3=$